

0-794187

На правах рукописи

Чижова Анна Сергеевна

**Математические модели оценки
банковского кредитного риска с учетом динамики
кредитных рейтингов заемщиков**

08.00.13. – Математические и инструментальные методы экономики

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата экономических наук

Москва – 2008

18 04 58/04-265 08

Работа выполнена в Российской экономической академии им. Г.В. Плеханова

Научный руководитель — доктор экономических наук, профессор
Мищенко Александр Владимирович

Официальные оппоненты — доктор экономических наук, профессор
Кузьмин Валерий Владимирович

НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА КГУ



0000715263

— кандидат экономических наук, доцент
Волохова Татьяна Владимировна

Ведущая организация — «ЦЭМИ» – Центральный экономико-
математический институт РАН

Защита состоится «23» апреля 2008г. в 14 часов на заседании
Диссертационного совета п 212/196.01 по присуждению ученой степени
канд. _____ и.
Г.В.

С д

Авт

Уч

со

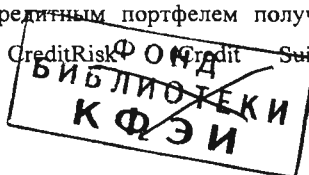
ОВ

Актуальность темы исследования. Введение в банковскую практику кредитования принципа управления кредитным риском на основе использования внутренних кредитных рейтингов заемщиков, предложенное Базельским Комитетом по Банковскому Надзору в 2004г., активизировало разработку методик по оценке этих характеристик и их внедрению в модели управления процессом кредитования, что определило новый этап в развитии теории управления кредитным риском не только в европейских странах, но и в России.

Кредитный риск составляет наибольшую долю совокупного риска операций банка и поэтому во многом определяет такие показатели банковской деятельности как размер активов, взвешенных по уровню риска, резервы на возможные потери по ссудам, достаточность собственного капитала и, в конечном итоге, доходность капитала банка. Именно поэтому выбор надежной модели управления кредитным риском является ключевым стратегическим решением управляющих банка.

Важнейшим показателем индивидуального кредитного риска является кредитный рейтинг заемщика. Кредитный рейтинг является дискретной характеристикой кредитоспособности заемщика и отражает вероятность его банкротства, а изменения кредитных рейтингов являются причиной прямых и косвенных потерь банка. Это обстоятельство определяет процесс моделирования динамики кредитных рейтингов как наиболее важный элемент моделей оценки кредитного риска банковского ссудного портфеля. В связи с этим, совершенствование моделей оценки и управления совокупным банковским кредитным риском с учетом динамики кредитных рейтингов заемщиков является одной из наиболее актуальных проблем современной экономической науки.

Степень научной разработанности проблемы. На практике наибольшую популярность в управлении кредитным портфелем получили модели CreditMetrics (J.P. Morgan), CreditRisk⁺ (Credit Suisse),



CreditPortfolioView (McKinsey) и PortfolioManager (KMV). Теоретические предпосылки данных моделей восходят к работам ученых Ф. Блэк, О. Васичек, Д. С. Кокс, А.А. Марков, Г. Марковиц, Р. Мертон, С. Росс и М. Шоулз.

На современном этапе большой вклад в развитие теории управления кредитным риском внесли такие зарубежные ученые как Е. И. Альтман, Д. Галаи, Ф. Джорион, Д.Л. Као, Н.М. Кифер, М. Крохи, Д. Ландо, С.Е. Ларсон, Р. Марк и Т.М. Скодеберг, а также отечественные ученые И.Т. Балабанов, О. И. Лаврушин, А.А. Лобанов, С.Н. Кабушкин, М.Н. Тощий и А.В. Чугунов, определившие направления адаптации зарубежных моделей в условиях российской действительности.

Результаты работ этих ученых отражают фундаментальные основы теории управления банковским кредитным риском, а также содержат практические рекомендации и выводы по формированию кредитных портфелей. Вместе с тем, модели и методы оценки и управления кредитным риском базируются на гипотезе однородности и постоянства переходных вероятностей кредитных рейтингов заемщиков, что не находит подтверждения в банковской практике кредитования. Данное обстоятельство подтверждает необходимость разработки новых подходов к моделированию и прогнозированию изменений кредитных рейтингов, учитывающих влияние систематических факторов риска, неоднородность и взаимозависимость заемщиков кредитных портфелей, а также подходов к интеграции данных моделей в системах управления банковским кредитным риском.

Целью диссертационной работы является разработка и совершенствование моделей оценки банковского кредитного риска и методов управления банковским кредитным портфелем, использующих более обоснованные и достоверные оценки внутренних кредитных рейтингов заемщиков, учитывающие влияние систематических факторов риска и особенности среды функционирования заемщиков кредитного портфеля.

Для реализации поставленной цели в работе **решаются следующие задачи:**

- выявление и анализ влияния макро- и микроэкономических факторов на процесс изменений кредитных рейтингов заемщиков;
- разработка и совершенствование эконометрических моделей прогнозирования кредитных рейтингов с учетом влияния систематических факторов риска и неоднородности заемщиков кредитного портфеля;
- верификация эконометрических прогнозных моделей на реальных данных кредитного портфеля банковской группы West LB (Германия) и разработка процедур оценки переходных вероятностей кредитных рейтингов;
- разработка методов оценки текущей дисконтированной стоимости и минимальной доходности кредитных обязательств с учетом индивидуальных уровней кредитного риска их эмитентов;
- разработка и реализация алгоритма построения эмпирического распределения вероятностей прямых и косвенных потерь по кредитному портфелю на основе латентного индекса кредитоспособности заемщиков;
- разработка двухкритериальной модели формирования оптимального кредитного портфеля с учетом ограничения неделимости кредитов и предпочтений кредитора в области доходность-риск.

Объект исследования – кредитные портфели коммерческих банков, осуществляющих кредитование корпоративных заемщиков на основе системы внутренних кредитных рейтингов с целью получения дохода.

Предмет исследования – комплекс экономико-математических моделей и методов управления совокупным кредитным риском портфелей коммерческих банков.

Методологической и теоретической основой исследования являются труды отечественных и зарубежных ученых в области экономической теории, теории риска, финансового анализа, теории портфельных инвестиций и теории Марковских цепей. При разработке представленных в диссертации экономико-математических моделей и методов использовались методы системного анализа, математической статистики, теории вероятностей, эконометрики, математического программирования, теории оптимального управления и финансовой математики.

В работе использованы также законодательные и нормативные акты Правительства и Центрального Банка РФ, постановления Базельского комитета по банковскому надзору, база данных Международного валютного фонда, информация Государственного комитета по статистике Германии, методические рекомендации российских и международных организаций, ресурсы компьютерной сети Интернет.

Научная новизна диссертационного исследования состоит в совершенствовании подходов к моделированию и оценке банковского кредитного риска, базирующихся на использовании эконометрических пробит-моделей для прогнозирования кредитных рейтингов, учитывающих влияние систематических факторов риска на кредитоспособность заемщиков, а также в разработке моделей формирования оптимального кредитного портфеля банка с учетом неделимости кредитов и особенностей стратегии кредитора в области доходность-риск.

В работе были получены следующие новые научные результаты:

- выявлены наиболее значимые факторы риска, влияющие на процесс изменений кредитных рейтингов заемщиков, включая показатели отраслевой и географической дифференциации, кредитной истории и стадии экономического цикла в стране;
- разработана двухуровневая эконометрическая модель «пороговый порядковый пробит», позволяющая учитывать свойство целочисленности кредитных рейтингов при их прогнозировании. Верификация и оценка параметров модели произведены на реальных данных кредитного портфеля банковской группы West LB (Германия);
- предложены подходы к оценке переходных вероятностей кредитных рейтингов и индивидуальных индексов кредитоспособности заемщиков с учетом влияния выявленных факторов риска и неоднородности заемщиков кредитного портфеля. Разработаны методы оценки точности полученных вероятностных оценок.
- предложен метод оценки предельных эффектов факторов риска на значения переходных вероятностей кредитных рейтингов с учетом

индивидуальных характеристик риска заемщиков и пороговой спецификации прогнозной эконометрической модели;

- разработана модель оценки стоимости кредитных обязательств заемщиков, а также минимальной доходности по ссудам на основе метода дерева событий, где под событиями подразумеваются изменения кредитных рейтингов, а так же потенциальный дефолт заемщика;

- разработан алгоритм имитационного моделирования прямых и косвенных потерь банка по кредитному портфелю с учетом индивидуальных индексов кредитоспособности заемщиков, позволяющий определять ключевые показатели кредитного риска портфеля, включая показатель Стоимости-под-Риском (VaR);

- разработана модификация двухкритериальной модели Марковица оптимизации кредитного портфеля с учетом целочисленности переменной, отражающей факт принятия решения о выдаче кредита, и стратегии кредитора в области доходность-риск.

Теоретическая и практическая значимость исследования.

Разработанные в диссертации экономико-математические модели и методы вносят определенный вклад в развитие теории управления кредитным риском, так как учитывают неоднородность и особенности среды функционирования заемщиков при моделировании и прогнозировании их кредитных рейтингов. Научные результаты и выводы, полученные в диссертации, могут быть использованы коммерческими банками при выборе и разработке моделей управления кредитным риском, а также в целях прогнозирования кредитных рейтингов заемщиков и стресс-тестировании кредитного портфеля.

Использование и учет практических результатов диссертационной работы позволит коммерческим банкам повысить экономическую обоснованность методик расчета величины активов, взвешенных по уровню риска, а также объема резервирования, что является одной из наиболее важных составляющих оптимального распределения собственного капитала банка.

Апробация результатов исследования. Основные теоретические положения и результаты диссертационной работы обсуждались на научных семинарах кафедры «Математические методы в экономике» РЭА им. Г.В. Плеханова, кафедры «Эконометрические методы в экономике» Университета Констанц (Германия), а также представлены в материалах XVIII Международных Плехановских чтений (2006г.). Дополнительно по результатам диссертационного исследования проведены консультации со специалистами «Управления рисков» Сбербанка РФ и «Управления кредитным риском» немецкого регионального банка WestLB AG (Дюссельдорф, Германия).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 7 печатных работ общим объемом 5,0 п.л., из них одна работа опубликована в журнале, входящем в список Высшей аттестационной комиссии.

Структура работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, трех приложений и библиографии, включающей 102 наименования отечественной и зарубежной литературы. Объем работы составляет 174 страницы, включая 1 блок-схему, 11 графиков, 3 рисунка и 22 таблицы.

Содержание и основные результаты исследования

Во введении диссертации обоснованы выбор и актуальность темы исследования, определены его цель и задачи, объект и предмет исследования, сформулированы научная новизна и практическая значимость полученных результатов, приведены сведения об апробации работы.

В первой главе диссертации «Проблема управления кредитным портфелем» проведен анализ отечественной и зарубежной литературы, посвященной методам оценки и управления кредитным риском банковского портфеля корпоративных кредитов. Выявлены основополагающие принципы управления кредитным портфелем, среди которых выделяются: рационалирование кредитов, диверсификация кредитных вложений,

использование системы внутренних кредитных рейтингов, а так же создание резервов на потери по ссудам.

Автором рассмотрены две группы моделей оценки банковского кредитного риска, получившие наибольшее распространение в теории и на практике. К ним относятся модели переоценки кредитных обязательств по рыночной стоимости и модели оценки риска дефолта. На основе анализа достоинств и недостатков приведенных моделей сделаны следующие выводы:

- Достоинством группы моделей оценки риска дефолта является возможность получить значения основных характеристик распределения вероятностей потерь по кредитному портфелю в явном виде. Однако данная группа моделей использует ограниченное определение кредитного риска – прямые потери в результате дефолта – и исключает оценку косвенных финансовых потерь банка в результате неблагоприятных изменений кредитных рейтингов заемщиков.

- Группа моделей переоценки кредитных обязательств по рыночной стоимости использует расширенное определение кредитного риска, и включает оценку прямых (в результате дефолтов заемщиков) и косвенных потерь банка (в результате изменений кредитных рейтингов заемщиков). Недостатком основной модели данной группы (CreditMetrics) является условие однородности заемщиков, что обуславливает необходимость использования предположения о постоянстве переходных вероятностей кредитных рейтингов, независимых от среды функционирования компании-заемщика и его кредитной истории. Вместе с тем, практические исследования по данному вопросу не подтверждают его реалистичность.

В диссертации рассмотрены подходы и методы, применяемые для идентификации моделей динамики кредитных рейтингов, адекватных специфическим свойствам этого процесса. Отмечено, что процедура идентификации включает в себя следующие этапы: тестирование свойства однородности процесса; выявление экономических факторов риска, определяющих динамику процесса; проверка статистических гипотез и выявление критериев сравнения оценок переходных вероятностей.

Во второй главе диссертации «Модели управления банковским кредитным риском» автором разработан комплекс моделей оценки кредитного риска, позволяющий оценить эмпирическое распределение вероятностей прямых и косвенных потерь по кредитному портфелю и рассчитать значения интегральных показателей кредитного риска, включая показатель *VaR (Value-at-Risk)* – Стоимость-под-Риском. Кроме того, автором разработана целочисленная модель формирования оптимального кредитного портфеля с учетом особенностей стратегии кредитора в области доходность-риск. Моделирование кредитного риска в диссертации осуществляется в три этапа.

На первом этапе моделирования производится оценка распределения вероятностей изменения кредитного рейтинга для каждого заемщика. Для этого автором предложена двухуровневая эконометрическая модель «пороговый порядковый пробит». Первый уровень модели содержит оценку вероятностей дефолта для каждого заемщика кредитного портфеля. При этом оценка вероятностей дефолта производится на основе модели бинарного выбора – пробит. Второй уровень модели содержит оценку переходных вероятностей, т.е. вероятностей изменений кредитных рейтингов заемщиков. Для этой цели в диссертации используется модель порядковый пробит. Главной особенностью данной модели является возможность моделирования дискретной зависимой переменной, принимающей конечное число целочисленных значений. Целесообразность использования двухуровневой модели обусловлена качественным отличием категории дефолта от остальных категорий кредитоспособности, возникающим в результате различия субъектов принятия решений. Так, решение о дефолте принимается руководством компании-заемщика, а решение о присвоении кредитных рейтингов, отражающих кредитоспособность заемщика, принимается специалистами банка-кредитора.

В модели бинарного выбора пробит используются следующие обозначения. D_{it} – бинарная переменная, характеризующая состояние заемщика i в момент времени t по следующей схеме:

$$D_{it} = \begin{cases} 1 & \text{если заемщик } i \text{ объявил дефолт,} \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

$X_{it} = \{X_{i1}, \dots, X_{iL}\}$ – совокупность независимых переменных, влияющих на процесс изменения кредитоспособности заемщиков (факторы риска); L – число факторов риска;

D_{it}^* – латентный (скрытый) индекс дефолта. Латентный индекс дефолта является зависимой переменной модели пробит и позволяет прогнозировать события дефолта заемщиков на основе уравнения регрессии вида:

$$D_{it}^* = X_{i1}\gamma_1 + X_{i2}\gamma_2 + \dots + X_{iL}\gamma_L + u_{it} = X_{it}'\gamma + u_{it}, \quad i=1, \dots, N, \quad t=1, \dots, T, \quad (1)$$

где $\gamma = \{\gamma_1, \dots, \gamma_L\}$ – вектор параметров модели; N – количество заемщиков кредитного портфеля; T – количество периодов наблюдения.

u_{it} – случайные отклонения модели, отражающие влияние на индекс дефолта i -го заемщика неучтенных дополнительных факторов;

В диссертации предполагается, что переменные u_{it} подчиняются стандартному нормальному закону распределения $N(0, 1)$ с функцией распределения $\Phi(u_{it})$. Тогда выражение (1) позволяет найти вероятность дефолта заемщика i в момент времени t по формуле:

$$P\{D_{it} = 1\} = P\{D_{it}^* \leq 0\} = 1 - \Phi(X_{it}'\gamma) \quad i=1, \dots, N, \quad t=1, \dots, T \quad (2)$$

Оценка вектора параметров $\gamma = \{\gamma_1, \dots, \gamma_L\}$ выражения (1) осуществляется методом максимального правдоподобия (ММП), при этом функция правдоподобия модели пробит имеет вид:

$$\ln L_1(\gamma) = \sum_{t=1}^T \sum_{D_{it}=0} \ln(\Phi(X_{it}'\gamma)) + \sum_{D_{it}=1} \ln(1 - \Phi(X_{it}'\gamma)) \rightarrow \max \quad (3)$$

В модели порядковый пробит используются следующие обозначения:

R_{it} – кредитный рейтинг заемщика i в момент времени t . Переменная R_{it} измеряется по шкале $\{1, \dots, K\}$, при этом $R_{it} = 1$ – высший кредитный рейтинг и $R_{it} = K$ – низший кредитный рейтинг;

y_{it}^* – латентный индекс кредитоспособности заемщика i в момент времени t . Латентный индекс y_{it}^* характеризует кредитоспособность заемщиков

и является зависимой переменной модели порядковый пробит. Значения индекса кредитоспособности позволяют прогнозировать кредитные рейтинги заемщиков, при этом кредитоспособность заемщиков моделируется на основе следующего уравнения регрессии:

$$y_n^* = X_{n1}\beta_1 + X_{n2}\beta_2 + \dots + X_{nL}\beta_L + \varepsilon_n = X_n'\beta + \varepsilon_n, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T, \quad (4)$$

где $\beta = \{\beta_1, \dots, \beta_L\}$ – вектор параметров, определяющих степень влияния независимых переменных $X_n = \{X_{n1}, \dots, X_{nL}\}$ на кредитоспособность заемщиков;

ε_n – случайные отклонения модели, отражающие влияние на индекс кредитоспособности i -го заемщика неучтенных дополнительных факторов;

Обозначим μ_1, \dots, μ_{K-1} – пороговые значения индекса кредитоспособности y_n^* , определяющие K смежных непересекающихся интервалов $0 < \mu_2 < \dots < \mu_{K-1}$, где значение параметра μ_1 принято равным 0. Тогда в соответствии с моделью порядковый пробит, прогнозирование кредитных рейтингов заемщиков осуществляется по следующему правилу:

$$R_n = j, \text{ если } \mu_{j-1} < y_n^* < \mu_j, \quad j = 1, \dots, K, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (5)$$

где $\mu_0 = -\infty$ и $\mu_K = \infty$. Обозначим q_n^k – вероятность присвоения кредитного рейтинга k заемщику i в момент времени $t+1$ при условии отсутствия дефолта т.е.

$$q_n^k = P\{R_n = k \mid D_n = 0\}, \quad k = 1, \dots, K, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T \quad (6)$$

В соответствии с выражениями (4)-(5) условное распределение вероятностей изменения кредитного рейтинга заемщика i в момент времени t q_n^1, \dots, q_n^K может быть представлено в виде:

$$\begin{aligned} q_n^1 &= \Phi(-X_n'\beta) \\ q_n^2 &= \Phi(\mu_2 - X_n'\beta) - \Phi(-X_n'\beta) \\ q_n^3 &= \Phi(\mu_3 - X_n'\beta) - \Phi(\mu_2 - X_n'\beta) \\ &\vdots \\ q_n^K &= 1 - \Phi(\mu_{K-1} - X_n'\beta), \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (7)$$

Оценка векторов параметров модели порядковый пробит ($\beta = \{\beta_1, \dots, \beta_L\}$, μ_1, \dots, μ_{K-1}) общим количеством $(L+K-1)$ производится с помощью метода

максимального правдоподобия (ММП). При этом функция правдоподобия модели имеет вид:

$$\ln L = \sum_{i=1}^T \sum_{D_{it}=0} \sum_{j=1}^K y_{it}^j \ln q_{it}^j \rightarrow \max, \quad (8)$$

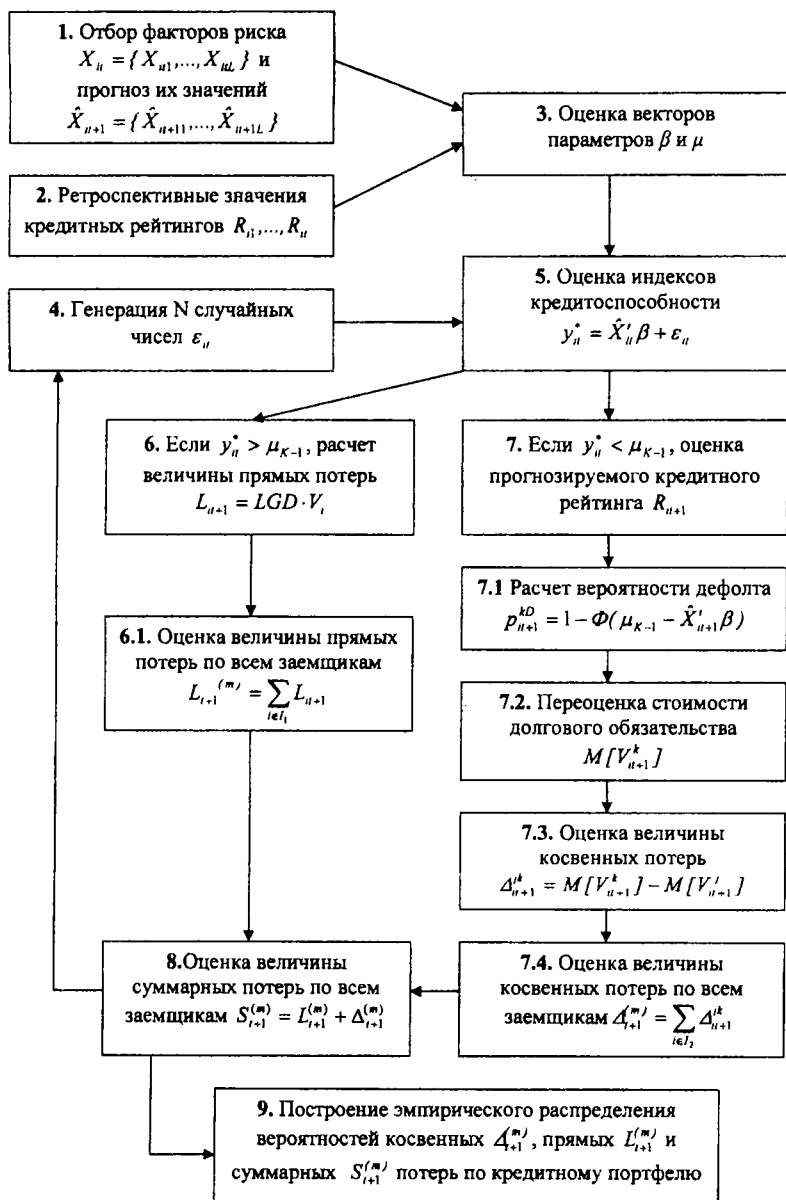
где y_{it}^j – вспомогательные бинарные переменные модели, определяемые по следующему правилу:

$$y_{it}^j = \begin{cases} 1 & \text{если } R_{it} = j, \quad j = 1, \dots, K \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

На втором этапе моделирования производится оценка совокупного кредитного риска банковского портфеля. Для этого автором разработан алгоритм построения эмпирического распределения вероятностей потерь по кредитному портфелю с использованием метода стохастического моделирования Монте-Карло. Моделируемой переменной является индекс кредитоспособности заемщиков и переходные вероятности оцениваются с помощью модели порядковый пробит. Структура алгоритма представлена на блок-схеме 1.

Разработанный в диссертации алгоритм представлен для займов со сроком погашения 2 года, но может быть обобщен для случаев долгосрочного кредитования. Начальные шаги (1-3) алгоритма содержат процедуры отбора факторов риска и оценки параметров модели пороговый пробит $[\beta, \mu]$ методом максимального правдоподобия в соответствии с выражениями (7)-(8).

Для каждого сценария моделирования m , $m=1, \dots, M$, генерируются нормально распределенные случайные компоненты модели ε_{it} с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1 общим количеством N , что соответствует количеству заемщиков кредитного портфеля (шаг 4 алгоритма). Значения случайных компонент ε_{it} определяют направления изменения индексов кредитоспособности заемщиков в соответствии с выражением (4) (шаг 5 алгоритма). Результатом изменения индексов кредитоспособности являются события дефолта, либо изменения кредитных рейтингов заемщиков, определяемые по правилу (5) (шаг 7 алгоритма).



Блок-схема 1. Алгоритм построения эмпирического распределения вероятностей потерь по кредитному портфелю.

В случае если заемщик находится в состоянии дефолта, определяется величина прямых потерь банка (шаг 6 алгоритма):

$$L_{i+1} = LGD \cdot V_i, \quad i \in I_1 \quad (9)$$

где L_{i+1} – размер прямых потерь банка по кредиту в результате дефолта заемщика i в момент времени $t+1$ (в ден. ед.); $t+1$ – горизонт прогнозирования величины потерь банка;

LGD – величина, характеризующая размер потерь по кредиту в случае дефолта, выраженная в процентном отношении к общей сумме кредита. В работе предполагается, что данный показатель одинаков для всех заемщиков кредитного портфеля;

V_i – величина основного долга и процентных платежей заемщика i к моменту погашения долга заемщиком в период времени $t+2$ (в ден. ед.).

Величины прямых потерь банка суммируются по всем заемщикам, характеризующимся состоянием дефолта, что составляет подмножество заемщиков $I_1 \in N$. Суммирование величин прямых потерь для каждого сценария моделирования m производится по формуле (шаг 6.1 алгоритма):

$$L_{t+1}^{(m)} = \sum_{i \in I_1} L_{i+1} \quad (10)$$

Косвенные потери банка определяются для заемщиков, характеризующихся неблагоприятными изменениями кредитных рейтингов, что составляет подмножество заемщиков $I_2 \in N$. Изменения кредитных рейтингов являются причиной изменения вероятностей дефолта заемщиков в период времени $t+1$. При этом прогнозируемые вероятности дефолта заемщика i к моменту погашения долга, в случае, если прогнозируемый кредитный рейтинг заемщика в момент времени $t+1$ равен k , находятся по формуле (шаг 7.1 алгоритма):

$$p_{i+1}^{k0} = 1 - \Phi(\mu_{k-1} - \hat{X}'_{i+1}\beta), \quad i \in I_2 \quad (11)$$

где \hat{X}'_{i+1} – прогноз значений факторов риска в момент времени $t+1$.

Изменения вероятностей дефолта являются причиной изменений стоимостей долговых обязательств заемщиков. Прогнозируемая стоимость

долговых обязательств заемщика i в случае, если прогнозируемый кредитный рейтинг заемщика равен k в момент времени $t+1$, измеряется в денежных единицах и находится по формуле дисконтированного математического ожидания бинарной случайной величины (шаг 7.2 алгоритма):

$$M[V_{t+1}^k] = \frac{p_{t+1}^{kd}(1-LGD) + (1-p_{t+1}^{kd})}{1+r_f} \cdot V_t, \quad k=1, \dots, K \quad (12)$$

где r_f – безрисковая процентная ставка.

Величина косвенных потерь банка в результате изменений кредитного рейтинга заемщика из категории j в момент времени t в категорию k в момент времени $t+1$ по займу i измеряется изменением стоимости долгового обязательства заемщика. Данная величина измеряется в денежных единицах и находится по формуле (шаг 7.3 алгоритма):

$$\Delta_{t+1}^k = M[V_{t+1}^k] - M[V_{t+1}^j], \quad k=1, \dots, K \quad (13)$$

где $M[V_{t+1}^k]$, $M[V_{t+1}^j]$ – прогноз стоимости долгового обязательства заемщика i в случае, если прогнозируемый кредитный рейтинг заемщика равен k, j в момент времени $t+1$ соответственно (в ден. ед.); j – начальный кредитный рейтинг заемщика.

Величины косвенных потерь банка суммируются по всем заемщикам с изменением кредитного рейтинга (подмножество заемщиков $I_2 \in N$). Суммирование величин косвенных потерь для каждого сценария моделирования m производится по формуле (шаг 7.4 алгоритма):

$$\Delta_{t+1}^{(m)} = \sum_{i \in I_2} \Delta_{t+1}^k \quad (14)$$

Величина суммарных потерь банка по сценарию моделирования m измеряется в денежных единицах и находится как сумма прямых и косвенных потерь из следующего выражения (шаг 8 алгоритма):

$$S_{t+1}^{(m)} = L_{t+1}^{(m)} + \Delta_{t+1}^{(m)} \quad (15)$$

Суммирование величин прямых и косвенных потерь по всем заемщикам для каждого сценария и повторение шагов (4)–(8) лежат в основе построения эмпирического распределения прямых и косвенных потерь по кредитному портфелю (шаг 9 алгоритма).

На третьем этапе моделирования решается задача целенаправленного формирования кредитного портфеля с учетом стратегии кредитора в области доходность-риск. Для этого в диссертации разработана модификация двухкритериальной модели Марковица формирования оптимального кредитного портфеля с учетом целочисленности переменной, характеризующей принятие решения о выдаче кредита. При этом в диссертации моделируется ситуация оптимального расширения ранее сформированного кредитного портфеля при наличии конечного числа новых кредитных заявок заемщиков.

Обозначим r_p и σ_p^2 – доходность и дисперсия доходности сформированного кредитного портфеля. При этом необходимо принять решение о предоставлении новых ссуд заемщикам $i = N_p + 1, \dots, N_p + N$ объемом S_1, \dots, S_N денежных единиц. Здесь N_p – число ссуд в сформированном кредитном портфеле и N – число новых ссуд. Предполагается, что объем сформированного кредитного портфеля составляет S денежных единиц, при этом банку-кредитору доступна дополнительная сумма ΔS для выдачи ссуд новым заемщикам.

Обозначим β – отношение объема сформированного портфеля к объему совокупного кредитного портфеля, т.е. $\beta = S / (S + \Delta S)$. Тогда $(1 - \beta)$ – доля ссуд новым заемщикам в совокупном портфеле. Также обозначим w_i весовой коэффициент каждой новой ссуды в совокупном кредитном портфеле: $w_i = S_i / (S + \Delta S)$. С учетом указанных определений задача оптимального расширения кредитного портфеля может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \beta^2 \sigma_p^2 + \sum_{i=N_p+1}^{N_p+N} (\sigma_i^2 w_i^2 n_i) + 2 \sum_{i>j, j=N_p+1}^{N_p+N} (\sigma_i \sigma_j \rho) (w_i n_i) (w_j n_j) + \\ & + 2 \sum_{j=1}^N \sum_{i=N_p+1}^{N_p+N} (\sigma_i \sigma_j \rho) (w_i n_i) (w_j n_j) \rightarrow \min \end{aligned} \quad (16)$$

$$\beta r_p + \sum_{i=N_p+1}^{N_p+N} w_i n_i r_i \geq \bar{r} \quad (17)$$

$$\sum_{i=N_p+1}^{N_p+N} w_i n_i \leq 1 - \beta \quad (18)$$

$$n_i \in \{0, 1\}, \quad i = N_p + 1, \dots, N_p + N \quad (19)$$

где n_i – бинарная переменная, отражающая решение банка о предоставлении новой ссуды, т.е. $n_i = 1$, если заемщику i предоставлена ссуда и $n_i = 0$ в противном случае;

r_i и σ_i^2 – доходность и дисперсия доходности по ссуде i ;

\bar{r} – минимальная целевая доходность портфеля;

ρ – коэффициент попарной корреляции доходностей по ссудам.

Предполагается одинаковым для всех пар заемщиков кредитного портфеля;

Сформированная задача (16)-(19) является целочисленной модификацией модели Марковица с критерием на минимум риска и ограничениями на объем предоставляемых ресурсов и минимальную доходность кредитного портфеля. Для оценки значений переменных r_i и σ_i^2 в диссертации разработан подход к оценке стоимости долговых обязательств на основе метода дерева событий, где под событиями подразумеваются изменения кредитных рейтингов, а так же потенциальный дефолт заемщика. Решение задачи (16)-(19) осуществляется с помощью метода ветвей и границ.

В третьей главе диссертации «Применение моделей управления банковским кредитным риском» приведен расчет параметров модели «пороговый порядковый пробит» для оценки переходных вероятностей кредитных рейтингов, а также результаты стохастического моделирования распределения потерь по объединенному кредитному портфелю двух северо-западных немецких банков – ВестЛБ АГ и Ландесбанк Райнланд-Пфальс (WestLB AG и LB Rheinland-Pfalz). По результатам оценки переходных вероятностей и вероятностей дефолта в диссертации произведена оценка показателей доходностей и дисперсий доходностей ссуд, что позволяет решить целочисленную модификацию задачи Марковица оптимизации кредитного портфеля и сформулировать рекомендации по его расширению.

Для проведения численных расчетов в третьей главе диссертации использовались программные продукты SAS Institute Inc. (Version 2006), Stata Corp. (Version 2003) и Microsoft Excel (Version 2003). Приведем практические результаты исследования.

В табл. 1 приведен перечень объясняющих переменных (факторов риска), используемых при оценке модели «пороговый порядковый пробит».

Таблица 1.

Обозначения и определения переменных модели

Переменная	Определение
Future rating (R_{it+1})	Кредитный рейтинг заемщика в момент времени $t+1$. 1=наилучший кредитный рейтинг, 9=наихудший кредитный рейтинг;
$R_{jt}, j=1, \dots, 9$	Группа бинарных переменных, характеризующих кредитный рейтинг заемщика (R_{it}) в момент времени t , где $R_{jt} = \begin{cases} 1, & \text{если } R_{it} = j, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad j=1, \dots, 9$ $j=1$ — наилучший кредитный рейтинг, $j=9$ — наихудший кредитный рейтинг;
Default	1=заемщик объявил дефолт по обязательствам в момент времени t ;
Old	1=первые кредитный рейтинг заемщику присвоен в момент времени $t-1$ либо ранее;
New	1=первые кредитный рейтинг заемщику присвоен в момент времени t ;
Downgrade	1=ухудшение кредитного рейтинга заемщика в момент времени t : $\Delta R_{it} > 0$;
Upgrade	1=улучшение кредитного рейтинга заемщика в момент времени t : $\Delta R_{it} < 0$;
No change	1=кредитный рейтинг заемщика оставлен без изменений $\Delta R_{it} = 0$;
L.America	1=заемщик зарегистрирован в Латинской Америке;
N.America	1=заемщик зарегистрирован в Северной Америке;
Japan	1=заемщик зарегистрирован в Японии;
Europe	1=заемщик зарегистрирован в Европе (за исключением Германии), Северной Африке либо на Ближнем Востоке;
Asia	1=заемщик зарегистрирован в Азии или Австралии;
Germany	1=заемщик зарегистрирован в Германии;
Services	1=заемщик занят в сфере услуг;
Trade	1=заемщик занят в торговле;
Capital intensive	1=заемщик занят в капиталоемких отраслях;
Structural change	1 если $t > 2002$ г;
$\Delta GDPGR$	Изменение темпа роста ВВП в стране регистрации заемщика

Результат оценки модели пороговый порядковый пробит методом максимального правдоподобия приведен в табл. 2, при этом количество категорий кредитных рейтингов (K) равно 9, а переменные *Порог 2*, ... *Порог 8* соответствуют пороговым значениям μ_2, \dots, μ_{K-1} ($\mu_1 = 0$ для определения

модели). Положительные коэффициенты объясняющих переменных на уровне дефолта модели (столбцы 3 и 5) уменьшают вероятность дефолта, а положительные коэффициенты объясняющих переменных на переходном уровне модели (столбцы 2 и 4) снижают кредитоспособность заемщиков. Дополнительно табл. 2 содержит параметры редуцированной модели, включающей только статистически значимые объясняющие переменные (столбцы 4-5). Общее количество наблюдений для оценки модели составило 6784 за период времени 1998-2004гг.

Таблица 2.

Результаты оценки параметров модели пороговый порядковый пробит

Переменная	Полная модель		Редуцированная модель	
	Переходный уровень [μ, β]	Уровень дефолта [γ]	Переходный уровень [μ, β]	Уровень дефолта [γ]
<i>Константа</i>	0.2604	1.0145**	0.2588	1.0235**
<i>Порог 2</i>	1.0578**	-	1.0537**	-
<i>Порог 3</i>	2.1237**	-	2.1173**	-
<i>Порог 4</i>	3.3572**	-	3.3490**	-
<i>Порог 5</i>	4.4735**	-	4.4646**	-
<i>Порог 6</i>	5.8791**	-	5.8701**	-
<i>Порог 7</i>	7.3128**	-	7.3043**	-
<i>Порог 8</i>	9.0174**	-	9.0073**	-
<i>R1</i>	-9.1115**	-	-9.1015**	-
<i>R2</i>	-7.5197**	-	-7.5120**	-
<i>R3</i>	-6.1017**	2.3007**	-6.1098**	2.2963**
<i>R4</i>	-5.0840**	2.1699**	-5.0950**	2.1723**
<i>R5</i>	-4.1801**	1.7072**	-4.1894**	1.7117**
<i>R6</i>	-3.1342**	1.3709**	-3.1447**	1.3801**
<i>R7</i>	-2.1748**	0.9514**	-2.1888**	0.9720**
<i>R8</i>	-1.4359**	0.5248	-1.4558**	0.5436
<i>Old</i>	0.0094	-0.2603*	-	-0.2682**
<i>Old • Downgrade</i>	-0.3181**	0.0347	-0.3010**	-
<i>Old • Upgrade</i>	0.3396**	-0.0509	0.3588**	-
<i>L. America</i>	0.001	-1.0421**	-	-1.0663
<i>N. America</i>	0.1814*	0.0518	0.2091**	-
<i>Japan</i>	-0.0894	5.0242	-	-
<i>Europe</i>	-0.0724	-0.3468*	-	-0.3713**
<i>Asia</i>	-0.1475	0.1282	-	-
<i>Services</i>	0.1323*	-0.0316	0.1284*	-
<i>Trade</i>	0.1029*	-0.0298	0.1050*	-
<i>Str. Change</i>	-0.5513**	0.4110**	-0.5761**	0.428**
<i>GDPGR difference</i>	-0.0704**	0.0679**	-0.0687**	0.0657**

Примечания: * - 5% уровень доверия, ** - 1% уровень доверия.

По результатам оценки модели можно сделать следующие выводы. Во-первых, случайный процесс изменений кредитных рейтингов определяется кредитной историей заемщиков (нарушение свойства отсутствия последствий). В частности, анализ параметров в табл. 2 свидетельствует о наличии отрицательной автокорреляции временного ряда изменений кредитных рейтингов. Во-вторых, статистическая значимость параметров географических и отраслевых переменных свидетельствует о соответствующей неоднородности корпоративных заемщиков различных отраслей и регионов. Кроме того, вероятность дефолта заемщиков уменьшается в период экономического подъема и увеличивается в период экономического спада.

Итоговое распределение суммарных потерь по кредитному портфелю с горизонтом прогнозирования 1 год представлено на рис. 1. При этом общий объем моделируемого кредитного портфеля составляет 1122000 денежных единиц, а количество генерируемых сценариев равно 500, т.е. $M=500$.

Максимальное значение суммарных потерь по кредитному портфелю составило 15445.1 д.е. при математическом ожидании распределения потерь, равном 10185.8 д.е. Полученное эмпирическое распределение также позволяет оценить показатель *VaR (Value-at-Risk)*, т.е. Стоимость-под-Риском моделируемого кредитного портфеля. При выборе доверительного интервала 95% показатель *VaR (Value-at Risk)* составляет 13250 д.е.

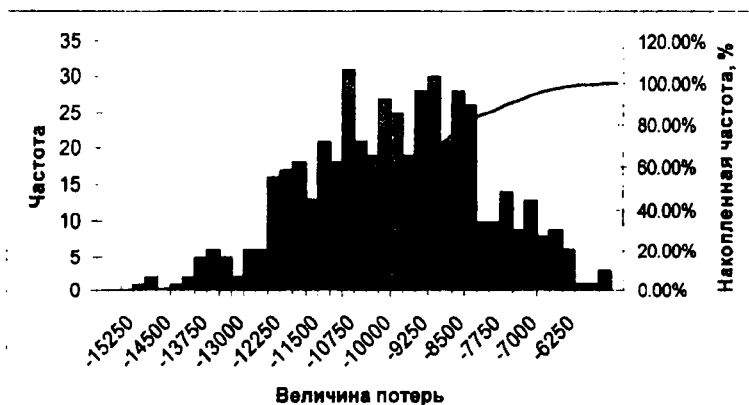


Рис. 1. Распределение потерь по кредитному портфелю.

Для решения задачи оптимального расширения кредитного портфеля в диссертации рассматриваются три потенциальные стратегии кредитора: низкорисковая с минимальной целевой доходностью портфеля $\bar{r} = 7\%$, умеренная с минимальной целевой доходностью портфеля $\bar{r} = 8-9\%$, и высокорисковая с минимальной целевой доходностью $\bar{r} = 10\%$.

Сформированный кредитный портфель немецкой банковской группы состоит из 1107 ссуд, при этом оценки математического ожидания и среднеквадратического отклонения доходности портфеля составляют 0.0698 и 0.0396 соответственно. Расширение кредитного портфеля производится при наличии 15 заявок на выдачу ссуд ($i=1108, \dots, 1122$), каждая объемом 8% от общей суммы кредитного портфеля, т.е. $w_i = 0.08$, и дополнительный объем финансовых ресурсов банка составляет 40%, т.е. $\beta = \Delta S / S = 0.4$. Коэффициент корреляции доходностей предполагается одинаковым для всех ссуд и равным 0.2. Результаты решения задачи оптимизации приведены в табл. 3.

Таблица 3.

Оптимальная политика расширения кредитного портфеля:
низкорисковая и высокорисковая стратегии.

Порядковый номер и страна регистрации заемщика	Доходность по ссуде r_i	Стандартное отклонение доходности σ_i	Объем кредитной заявки w_i	Целевая доходность $r = 7\%$		Целевая доходность $r = 10\%$	
				Решение о выдаче ссуды p_i	Итоговая доходность	Решение о выдаче ссуды p_i	Итоговая доходность
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	$=(2)*(4)*(5)$	(7)	$=(2)*(4)*(7)$
1 BRA	0.0612	0.0753	0.08	1	0.0049	0	0.0000
2 CAN	0.0619	0.0776	0.08	0	0.0000	0	0.0000
3 DEU	0.0664	0.0912	0.08	1	0.0053	0	0.0000
4 RUS	0.0668	0.0925	0.08	1	0.0053	0	0.0000
5 FRA	0.0678	0.0950	0.08	1	0.0054	1	0.0054
6 USA	0.0735	0.1096	0.08	0	0.0000	0	0.0000
7 USA	0.0814	0.1271	0.08	0	0.0000	0	0.0000
8 HKG	0.0865	0.1374	0.08	0	0.0000	0	0.0000
9 CHN	0.0896	0.1434	0.08	1	0.0072	0	0.0000
10 DEU	0.1034	0.1675	0.08	0	0.0000	0	0.0000
11 DEU	0.1093	0.1769	0.08	0	0.0000	0	0.0000
12 TUR	0.1689	0.2561	0.08	0	0.0000	1	0.0135
13 MEX	0.1712	0.2587	0.08	0	0.0000	1	0.0137
14 MEX	0.1834	0.2601	0.08	0	0.0000	1	0.0147
15 CHN	0.1901	0.2650	0.08	0	0.0000	1	0.0152
Доходность кредитного портфеля r					0.0700		0.1044
Стандартное отклонение доходности портфеля σ					0.0442		0.0741

Анализ расчетов в табл. 3 позволяет сделать следующие выводы. Для поддержания средней доходности кредитного портфеля на уровне 7%, что соответствует низкорисковой стратегии кредитора, рекомендуется предоставление ссуд заемщикам с низкими показателями доходности и риска (заемщики 1, 3-5 и 9). Наоборот, в случае высокорисковой стратегии кредитора с минимальной целевой доходностью 10% рекомендуется кредитование заемщиков с высокими показателями доходности и риска (заемщики 5, 12-15).

В заключении диссертации перечислены основные результаты работы, выводы и рекомендации по управлению банковским кредитным риском.

По теме диссертация опубликованы следующие работы:

1. Чинова А.С. Грибов А.Ф. Новые решения старых задач: VaR в моделях хеджирования//Дайджест Финансы № 9, 2004г. 0,5 п.л. (авторские 0,4 п.л.)
2. Чинова А.С. Целевая функция моделей хеджирования в ретроспективе// Дайджест Финансы №3, 2005г., 0,5 п.л.
3. Чинова А.С. Модель управления риском концентрации кредитного портфеля // Финансовый менеджмент № 4, 2005г. 1,0 п.л.
4. Чинова А.С., Мищенко А.В. Современные подходы к оценке и прогнозированию кредитных рейтингов банков // Финансовый менеджмент № 2, 2006г. 1,0 п.л. (авторские 0,9 п.л.).
5. Чинова А.С. Управление риском концентрации кредитного портфеля // Труды XIX Международных Плехановских чтений. М., РЭА им. Г.В. Плеханова, 2006г. 0,1 п.л.
6. Чинова А.С. Эконометрическая модель оценки матриц вероятностей переходов кредитных рейтингов // Прикладная эконометрика № 7, 2007г., 1,2 п.л. (журнал рекомендован ВАК).
7. Чинова А.С., Мищенко А.В. Методология управления кредитным риском и оптимальное формирование кредитного портфеля // Финансовый менеджмент № 1, 2008г. 1.1 п.л. (авторские 0.9 п.л.).

Отпечатано в типографии
Российской экономической академии им. Г. В. Плеханова
Заказ № 15 Тираж 100 экз.

10~